

全港小學數學比賽
解難智多星(甲部) 挑戰三
樣本試題二

學校名稱：_____

姓名：_____ (參賽編號 _____)

姓名：_____ (參賽編號 _____)

總分：

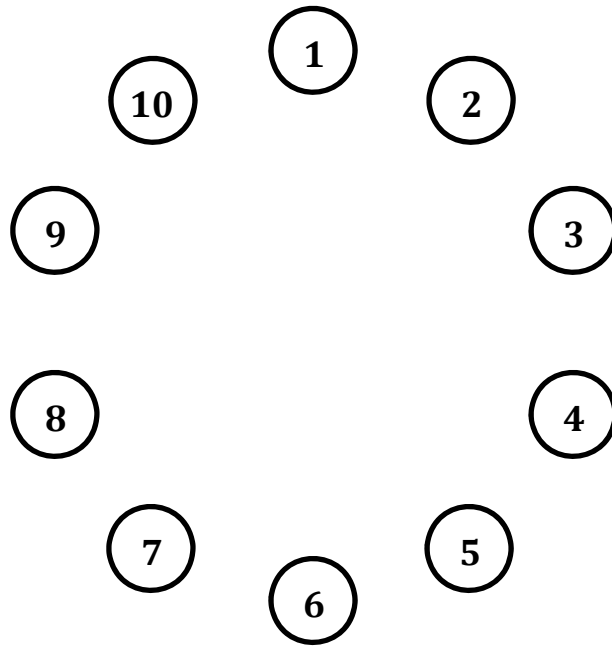
移去碟子

指引

本卷共 5 頁。全卷佔 30 分。

簡介

1. 是次任務要依順時針或逆時針的方向，把在圓圈上的碟子逐一移去。最後需找出剩下的最後一隻碟子。
2. 在此挑戰題中，同學需要認識有關次方的法則，例如：
 - $a \times a = a^2$
 - $a \times a \times a = a^3$
 - $a \times a \times a \times a = a^4$
 - $a \times a \times a \times a \times a = a^5$



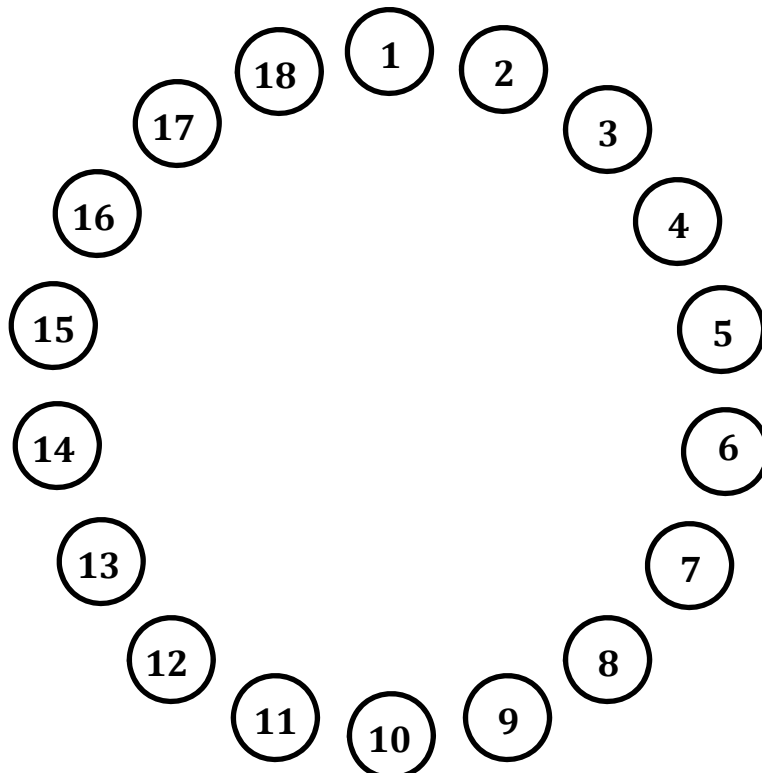
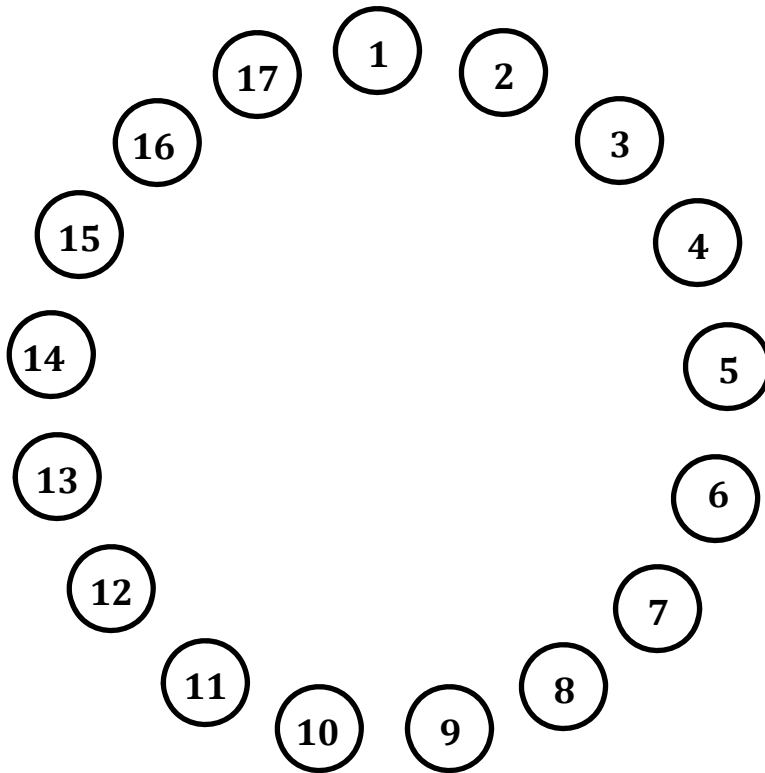
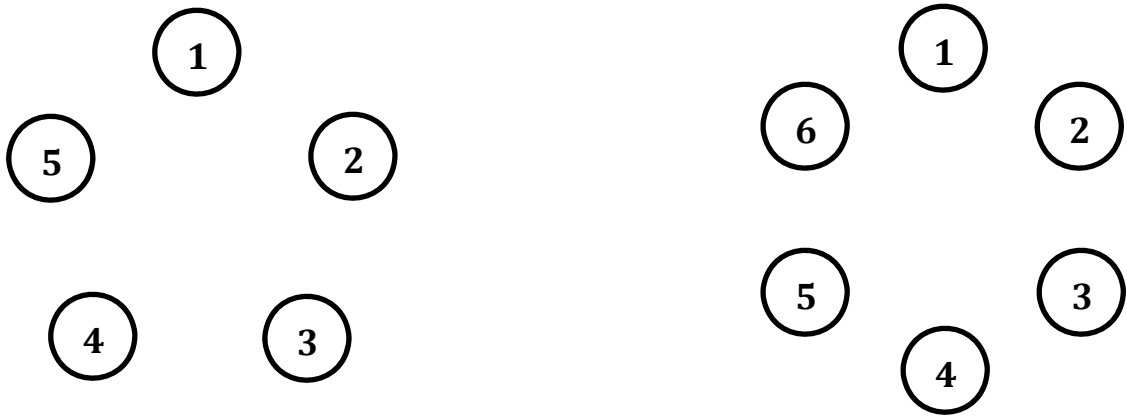
在枱上擺放了十隻編號為1至10的碟子，圍成一個圓圈。

規則：按順時針的方向先移去編號 1 的碟子，但跳過下一隻（即編號 2 的碟子），再移去隨後的一隻碟子（即編號 3 的碟子），又再跳過下一隻（即編號 4 的碟子），直至枱面上剩下一隻碟子。被移去的碟子順序為 1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 10, 8。剩下的一隻是 4。

1. 下表顯示在活動開始之先，當圓圈上分別有 2 隻, 3 隻, 4 隻, ..., 20 隻碟子時剩下最後一隻碟子的號碼。請完成下表。同學可利用下頁的圖畫作為分析工具。 (7 分)

開始時圓圈上碟子的數目	剩下一隻的號碼
2	2
3	2
4	4
5	
6	
7	
8	8
9	
10	4

開始時圓圈上碟子的數目	剩下一隻的號碼
11	6
12	8
13	10
14	
15	14
16	16
17	
18	
19	6
20	8



2. (a) 當圓圈上有 2, 4, 8 或 16 隻碟子時，在尋找最後剩下一隻的號碼時你有何發現？

(1 分)

- (b) 假設此規律將會繼續，請寫出之後的三個數。

(2 分)

3. 利用 (2) 的結果，及在 (1) 的表格中所發現的任何規律，回答下列問題：

當開始時圓圈上的碟子為以下的數目時，最後剩下的一隻碟的號碼是甚麼？

- (a) 65 隻

(2 分)

- (b) 125 隻

(2 分)

- (c) 200 隻

(2 分)

- (d) 10000 隻

(3 分)

4. 若最後剩下碟子的號碼是 10 號，試找出開始時圓圈上的碟子數目的一般結果。

(3 分)

5. 再考慮在第二頁的10隻碟子。是次將按逆時針的方向移去編號 10 的碟子，但跳過下一隻，再移去隨後的一隻碟子，又再跳過下一隻，直至枱面上剩下一隻碟子。剩下的一隻應該是 7。

(a) (i) 請寫出被移去的碟子的次序。

10,	(1 分)
-----	-------

(ii) 若按順時針的方向先移去編號1的碟子，被移去的碟子順序為 1, 3, 5, 7, 9, 2, 6, 10, 8。比較這個次序與在本題 (a)(i) 部分找到的次序。試找出這兩組數字的關係。

	(2 分)
--	-------

(b) (i) 假設開始時圓圈上有 n 隻碟子，若按順時針的方向先移去編號 1 的碟子，最後剩下的碟子的號碼為 x 。但若按逆時針的方向先移去編號 n 的碟子，最後剩下的碟子的號碼為 y 。求聯繫 x , y 和 n 的方程。

	(2 分)
--	-------

(ii) 若按逆時針的方向先移去編號 100 的碟子，求最後剩下的碟子的號碼。

	(3 分)
--	-------

全卷完